Logarithmus-Berechnung – Lösung

1. Forme die folgenden Wortlaute in eine logarithische Gleichung um und berechne jeweils die Lösung.

   (a) Mit welcher Zahl muss man 7 potenzieren, um 2401 zu erhalten?

   $$x = \log_7 2401 \Rightarrow x = 4$$

   (b) Potenziert man eine Zahl mit 5, so erhält man $\frac{243}{32}$.

   $$\log_x \frac{243}{32} = 5 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

   (c) Welche Zahl erhält man, wenn man $\frac{4}{5}$ dreimal mit sich selbst multipliziert?

   $$\log_{\frac{4}{5}} x = 3 \Rightarrow x = \frac{64}{125}$$

2. Berechne ohne Verwendung des Taschenrechners

$$\log_5 \frac{1}{\sqrt[7]{125}} = \log_5 \frac{1}{\sqrt[7]{5^3}} = \log_5 \frac{1}{5^{\frac{3}{7}}} = \log_5 5^{-\frac{3}{7}} = -\frac{3}{7}$$

3. Fasse den folgenden Terme zunächst zu einem einzigen Logarithmusterm zusammen und vereinfache diesen dann möglichst weit.

$$\frac{1}{3} \cdot \lg 27 - 3 \cdot \lg 2 + 2 - 3 \cdot \lg 5 = \lg(3^3)^{\frac{1}{3}} - \lg 2^3 + 2 \lg 10 - \lg 5^3 =$$

$$= \lg 3 - \lg 8 + \lg 100 - \lg 125 = \lg \frac{3 \cdot 100}{8 \cdot 125} = \lg 0,3$$

4. Berechne den folgenden Term.

$$\log_{\frac{1}{a^2}} \sqrt[3]{a} - \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{1}{a} \cdot \sqrt[5]{a} \right) =$$

$$= \frac{\log_a \sqrt[3]{a}}{\log_a \frac{1}{a^2}} - \frac{\log_a \left(\frac{1}{a} \cdot \sqrt[5]{a}\right)}{\log_a \sqrt{a}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \log_a a}{\log_a a^{-2}} - \frac{\log_a \left(a^{-1} \cdot a^{\frac{1}{5}}\right)}{\log_a a^{\frac{1}{2}}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{3}}{-2} - \frac{-\frac{4}{5}}{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{6} + \frac{8}{5} = \frac{-5 + 48}{30} = \frac{43}{30}$$

5. Vereinfache soweit wie möglich.

$$\log_2 \frac{8}{7} - \log_2 \sqrt{3} + \log_2 \frac{9}{5} - \log_2 \frac{\sqrt{27}}{35} =$$

$$= \log_2 \frac{\frac{8}{7} \cdot \frac{9}{5}}{\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{27}}{35}} = \log_2 \frac{8 \cdot 9 \cdot 35}{7 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{27}} = \log_2 8 = 3$$

6. Vereinfache soweit wie möglich ($a \in \Re^+, a \neq 1$).

$$\log_2 \frac{a}{4} + 3 \cdot \log_2 \sqrt{8} - \log_4 a^2 + \log_a \sqrt{a} =$$

$$= \log_2 a - \log_2 4 + 3 \cdot \log_2 2^{\frac{3}{2}} - \log_4 a^2 + \log_a a^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \log_2 a - 2 + \frac{9}{2} - \log_4 a^2 + \frac{1}{2} = 3$$