Das Vektorprodukt von Vektoren

1. Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

   Berechne $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{a} \times \vec{c}$ und $\vec{b} \times \vec{c}$.

2. Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2k \\ k \end{pmatrix}$ mit $k \in \mathbb{R}$, und $\vec{c} = \begin{pmatrix} -21 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}$.

   Bestimme den Parameter k so, dass $\vec{c}$ auf $\vec{a}$ und $\vec{b}$ senkrecht steht.

3. Die Punkte $A(-2|3|\,2)$, $B(-1|5|\,4)$ und $C(3|7|\,0))$ spannen ein Dreieck ABC auf.

   a) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

   b) Berechne die Länge der Höhe h_c vom Punkt$C$ auf die Seite $[AB]$.

4. Gegeben sind die Punkte $A\,(5\,|\,1\,|0\,)$, $B\,(-1\,|6\,|1\,)$, $C(-7|5|6)$. und $D\,(-1|\,0\,|5)$.

   Die vier Punkte spannen das ebene Viereck $ABCD$ auf.

   a) Weise nach, dass es sich beim Viereck $ABCD$ um eine Raute handelt.

   b) Berechne den Flächeninhalt der Raute $ABCD$.

   c) Durch den Punkt $S(5{,}5|9|12)$ wird das Viereck zu einer Pyramide ergänzt. Berechne das Volumen der Pyramide $ABCDS$.