

Stetige Zufallsgrößen - Lösung

a) Es sind beide Bedingungen erfüllt:

i) $\varphi(x) \geq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$

ii) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = A_1 + A_2 = 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 1,5 = 1$

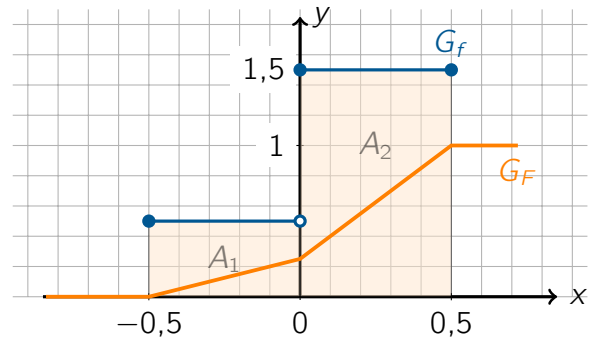
b) $P(X = 0) = 0$; $P(-0,5 \leq X \leq 0) = A_1 = 0,25 = P(X \leq 0)$; $P(0 < X \leq 0,5) = A_2 = 0,75$

c) Betrachte die Abschnitte einzeln. Man kann

bekannte Werte von F in das KS eintragen:

Es gilt $F(-0,5) = 0$, $F(0) = P(X \leq 0) = 0,5$

(aus b)) und $F(0,5) = 1$.



Den Graph erhält man durch Verbinden der entsprechenden Punkte durch Geradenstücke (es ergibt sich automatisch die richtige Steigung, nämlich jeweils der Wert von f). So können auch direkt die Geradengleichungen ($y = mx + t$) angegeben werden. Alternativ durch Integration:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq -0,5 \\ 0 + \int_{-0,5}^x f(t) dt = [0,5t]_{-0,5}^x = 0,5x - (0,5 \cdot (-0,5)) = 0,25x + 0,25 & \text{für } -0,5 \leq x \leq 0 \\ \int_{-\infty}^0 f(t) dt + \int_0^x 1,5 dt = 0,25 + [1,5t]_0^x = 1,5x + 0,25 & \text{für } 0 \leq x \leq 0,5 \\ 1 & \text{für } x > 0,5 \end{cases}$$

d) • Es gilt $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$ und $F'(x) = f(x)$ für alle $x \in D_f$.

• In einem gewöhnlichen Koordinatensystem mit gleichen Einheiten auf x - und y -Achse wäre tatsächlich $\alpha = \tan^{-1}(f'(0,25)) = \tan^{-1}(1,5) > 45^\circ$.

• Der Winkel in der Abbildung ist kleiner als 45° , weil die y -Achse (bzw. ihre Einteilung) gestaucht ist.

*)

$$\begin{aligned} \mu &= \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx = 0 + \int_{-0,5}^0 x \underbrace{f(x)}_{0,5} dx + \int_0^{0,5} x \underbrace{f(x)}_{1,5} dx + 0 = 0,5 \int_{-0,5}^0 x dx + 1,5 \int_0^{0,5} x dx \\ &= 0,5 \left[\frac{x^2}{2} \right]_{-0,5}^0 + 1,5 \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^{0,5} = 0,5 \left(-\frac{1}{8} \right) + 1,5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{8}. \end{aligned}$$